$$\Rightarrow \int_{-1}^{0} \frac{(x+1)^{n+1}}{\sqrt{x^2+2x+2}}\,dx \leqslant \int_{-1}^{0} \frac{(x+1)^{n}}{\sqrt{x^2+2x+2}}\,dx$$

$$\Rightarrow U_{n+1} \leqslant U_n$$

Donc (U_n) est décroissante

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $u_n = \int_{-1}^{0} \frac{(x+1)^n}{\sqrt{x^2+2x+2}}dx$

b En déduire que la suite (u_n) est convergente.

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $\forall x \in [-1,0]$

$x \mapsto \frac{(x+1)^n}{\sqrt{x^2+2x+2}}$ est continue

est positive sur $[-1,0]$

Donc $\int_{-1}^{0} \frac{(x+1)^n}{\sqrt{x^2+2x+2}}\,dx \geqslant 0$

Donc $U_n \geqslant 0$

Ainsi (U_n) est décroissante et minorée par 0, Donc elle est convergente.